

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# ریاضیات گسته

رشته ریاضی و فیزیک

پایه دوازدهم

دوره دوم متوسطه



وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

ریاضیات گسسته - پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۴۰۲  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی  
دفتر تالیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری  
سید محمد رضا احمدی، حمیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو  
داودی، زهرا حبیمی، محمد هاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، محمد رضا سید صالحی، میر شهرام صدر،  
اکرم قابل‌رحمت، طاهر قاسمی هنری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه‌ریزی)  
حمیدرضا امیری، محمد رضا سید صالحی، ابراهیم ریحانی و امید نقشینه ارجمند (اعضای گروه تألیف)  
جعفر ربانی (ویراستار)

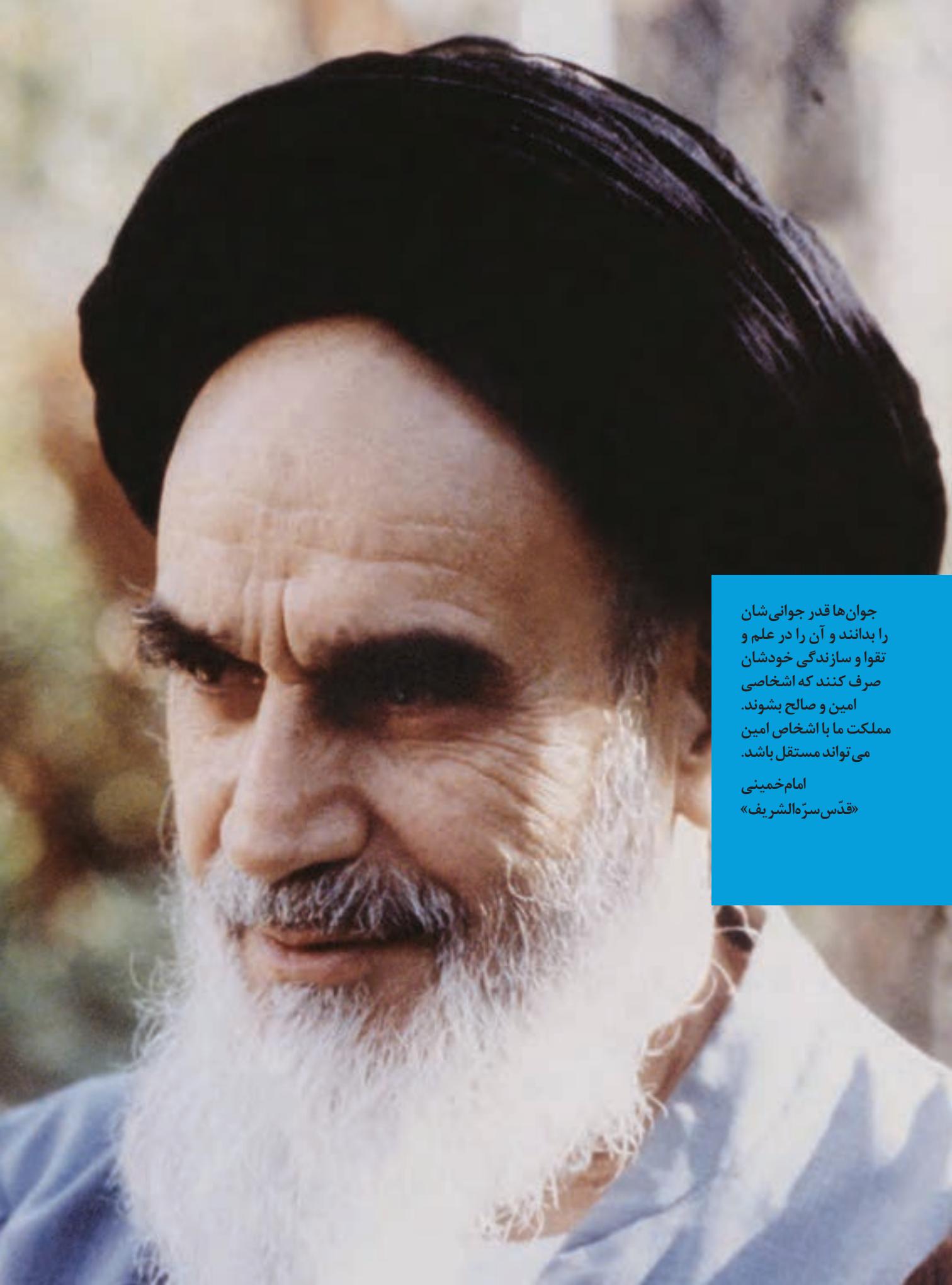
اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی  
احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - زهره بهشتی شیرازی (صفحه آرا) -  
مریم کیوان (طراح جلد) - مریم دهقان‌زاده (رسام) - سیده فاطمه طباطبائی، سید کیوان حسینی،  
علیرضا ملکان، زینت بهشتی شیرازی و راحله زادفتح‌الله (امور آماده‌سازی)  
تهران: خیابان ابرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شیخید موسوی)  
تلفن: ۰۲۶۱۱۶۱۹ - ۰۲۶۶۹۲۰۸۸۸۳ - دورنگار: ۰۲۶۵۷۳۵۹ - کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹  
وبگاه: [www.irtextbook.ir](http://www.irtextbook.ir) و [www.chap.sch.ir](http://www.chap.sch.ir)

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران: کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱  
(داروپخش) تلفن: ۰۲۶۱۱۶۱۹ - ۰۲۶۶۹۸۵۱۶۰، دورنگار: ۰۲۶۶۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»  
چاپ اول ۱۳۹۷

نام کتاب: ریاضیات گسسته - پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۴۰۲  
پدیدآورنده: مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تالیف:  
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تالیف:  
مدیریت آماده‌سازی هنری: مددکاری افزوده آماده‌سازی:  
شناسه افزوده آماده‌سازی:  
نشانی سازمان: ناشر:  
چاپخانه: سال انتشار و نوبت چاپ:

شابک ۰۵-۳۱۱۱-۲۹۶۴-۹۷۸  
ISBN: 978-964-05-3111-2



جوان‌ها قدر جوانی‌شان  
را بدانند و آن را در علم و  
تقوا و سازندگی خودشان  
صرف کنند که اشخاصی  
امین و صالح بشوند.  
مملکت ما با اشخاص امین  
می‌تواند مستقل باشد.

امام‌خمینی  
«قدس‌سرّه الشریف»

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از این کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع، بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌کیرند.

## فهرست

|   |
|---|
| فصل ۱. آشنایی با نظریه اعداد ..... ۱              |
| درس ۱. استدلال ریاضی ..... ۲                      |
| درس ۲. بخش پذیری در اعداد صحیح ..... ۹            |
| درس ۳. هم نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها ..... ۱۸ |
| فصل ۲. گراف و مدل سازی ..... ۳۱                   |
| درس ۱. معرفی گراف ..... ۳۲                        |
| درس ۲. مدل سازی با گراف ..... ۴۳                  |
| فصل ۳. ترکیبیات (شمارش) ..... ۵۵                  |
| درس ۱. مباحثی در ترکیبیات ..... ۵۶                |
| درس ۲. روش هایی برای شمارش ..... ۷۴               |
| منابع ..... ۸۶                                    |

## مقدمه

کتاب حاضر در راستای برنامه درسی ملی و در ادامه تغییر کتاب‌های ریاضی دوره دوم متوسطه تألیف شده است. یکی از تفاوت‌های مهم این کتاب با کتاب قبلی مربوط به دوره پیش‌دانشگاهی، کاهش قابل ملاحظه محتوا است. همانند پایه‌های قبلی، ساختار کتاب براساس سه محور اساسی فعالیت، کار در کلاس و تمرین قرار گرفته است. از این میان، «فعالیت‌ها» موقعیت‌هایی برای یادگیری و ارائه مفاهیم جدید ریاضی فراهم می‌کنند و این امر مستلزم مشارکت جدی دانش‌آموزان است. البته معلم هم در این میان نقشی مهم برای راهنمایی و هدایت کلی فعالیت‌ها به عهده دارد. با توجه به اینکه کتاب برای دانش‌آموزان سطح متوسط طراحی شده است، با درنظر گرفتن شرایط مختلف، امکان غنی‌سازی فعالیت‌ها و یا ساده‌سازی آنها به وسیله معلم وجود دارد. در هر حال تأکید اساسی مؤلفان، محور قرار دادن کتاب درسی در فرایند آموزش است. در همین راستا توجه به انجام فعالیت‌ها در کلاس درس و ایجاد فضای بحث و گفت‌وگو و دادن مجال به دانش‌آموز برای کشف مفاهیم به‌طور جدی توصیه می‌شود.

زمان کلاس درس نباید به مباحثی خارج از اهداف کتاب درسی اختصاص یابد. همچنین نباید آزمون‌های مختلف خارج از مدرسه مبنای آموزش مفاهیم در کلاس درس واقع شوند، بلکه این کتاب درسی است که سطح و سبک آزمون‌هارا مشخص می‌کند. در بسیاری از موارد درباره یک مفهوم، حد و مرزهایی در کتاب رعایت شده است که رعایت این موضوع در ارزشیابی‌ها و آزمون‌های رسمی برای همه طراحان الزامی است. رعایت این محدودیت‌ها موجب افزایش تناسب بین زمان اختصاص یافته به کتاب و محتوای آن خواهد شد. شایسته است همکاران ارجمند بر رعایت این موضوع نظارت دقیق داشته باشند. روند کتاب نشان می‌دهد که ارزشیابی باید در خدمت آموزش باشد. در واقع ارزشیابی باید براساس اهداف کتاب باشد و نه موضوعاتی که احیاناً پیش از این، سال‌ها به صورت سنتی ارائه شده‌اند و یا توسط برخی از کتاب‌های غیراستاندارد توصیه می‌شوند. طرح این‌گونه سوالات که اهداف آموزشی کتاب را دنبال نمی‌کنند در کلاس درس و نیز در ارزشیابی‌ها، به هیچ عنوان توصیه نمی‌شود.

ارتباط بین ریاضیات مدرسه‌ای و محیط پیرامون و کاربردهای این دانش در زندگی روزمره، که به وضوح در اسناد بالادستی مورد تأکید قرار گرفته است، به صورت تدریجی خود را در کتاب‌های درسی نشان می‌دهد. تلاش برای برقراری این ارتباط در تصاویر کتاب نیز قابل مشاهده است که امید است مورد توجه معلمان و دانشآموزان عزیز قرار گیرد. اگر مهم‌ترین هدف آموزش ریاضی را پرورش تفکر ریاضی بدانیم، دیگر استفاده افراطی از فرمول‌ها، الگوریتم‌ها، قواعد و دستورها بدون آگاهی از چگونگی و چرایی عملکرد آنها، جایگاهی در آموزش ریاضی مدرسه‌ای نخواهد داشت. فرست حضور دانشآموز در کلاس درس را نباید به سادگی از دست داد. فرایندهای مانند استدلال، تعییم، حل مسئله، طرح مسئله و موضوعاتی نظیر مسائل باز پاسخ، بازنمایی‌های چندگانه و گفتمان ریاضی نقش مهمی در پرورش تفکر ریاضی دانشآموزان دارد.

مؤلفان از کلیه امکانات موجود نظیر سامانه اعتبارسنجی، ویگاه گروه ریاضی دفتر تألیف، پیام‌نگار (ایمیل)، دعوت از دیبران مجرب برای حضور در جلسات نقد و بررسی کتاب و دیگر رسانه‌های در دسترس برای دریافت دیدگاه‌ها، نقدها و نظرات دیبران محترم سراسر کشور بهره گرفته‌اند. در راستای مشارکت دیبران محترم ریاضی، پاره‌ای از تصاویر و عکس‌های مورد استفاده در کتاب توسط این عزیزان از استان‌های مختلف کشور به گروه ریاضی ارسال شده است، که لازم است از زحمات آنها تشکر و قدردانی شود. اعضای تیم تألیف به حضور و مشارکت جدی همکاران ارجمند در امر نقد و بررسی کتاب افتخار می‌کنند. امید که همچنان شاهد این تعامل و ارتباط مؤثر باشیم. گروه تألیف آمادگی دریافت نظرات و دیدگاه‌های تمامی همکاران و استادی را از طریق پیام‌نگار<sup>۱</sup> و ویگاه واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی<sup>۲</sup> دارد به علاوه بسیاری از مطالب مربوط به پشتیبانی کتاب از طریق ویگاه واحد ریاضی قابل دریافت است.

## مؤلفان

۱ – mathrde @ gmail. com

۲ – <http://math-dept.talif.sch.ir>

علمان مجتهد، صاحب‌نظران، دانش‌آموزان عزیز و اولیای آستان می‌توانند نظر اصلاحی خود را درباره مطلب  
این کتاب از طریق نامه به شعبه تهران - صندوق پستی ۱۵۸۷۵/۴۸۷۴ - گروه درسی مهندسی پیام نور (Email)  
ارسال نمایند.  
[talif@talif.sch.ir](mailto:talif@talif.sch.ir)

و منتشر کنند.